求表捷術

外切密率 卷之二

本弧求割綫

術曰先求各率分子爲遞次乘法 通以單一爲數根置單一以三四遞乘之一二遞除之得六爲初減數數根減初減得五爲第一乘法 置前初減五六遞乘之三四遞除之得十五爲初減數置前乘法五六遞乘之一二遞除之得七十五爲次減數數根減初減得十四再減次減得六十一爲第二乘法 置前初減七八遞乘之五六遞除之得二十八爲初減數置前次減七八遞乘之三四遞除之得三百五十爲次減數置前乘法七八遞乘之一二遞除之得一

千七百○八為三減數數根減初減得二十七再減次減得三百二十三再減三減得一千三百五十八為第三乘法　置前初減九十遞乘之七八遞除之得四十五為初減數置前次減九十遞乘之五六遞除之得一千○五十為次減數置前三減九十遞乘之三四遞除之得一萬二千八百一十為三減數置前乘法九十遞乘之一二遞除之得六萬二千三百二十五為四減數數根減初減得四十四再減次減得一千○○六再減三減得一萬八千八百○四再減四減得五萬○五百二十一為第四乘法　凡逐次乘用奇耦二數如第二乘法五六乘第三乘法七八乘其逐次除亦

用奇耦二數而遞降如第二乘法初減三四除次減一二除乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子即爲遞次乘法

乃以半徑爲連比例一率本弧弧分爲二率二率自乘一率除之得三率二除之爲第一數 次置第一數以三率乘之一率除之得五率三四遞除之爲七率用數以第一乘法乘之爲第二數 次置七率用數以三率乘之一率除之得七率五六遞除之爲九率用數以第二乘法乘之爲第三數 次置九率用數以三率乘之一率除之得九率七八遞除之爲十一率用數以第三乘法乘之爲第四數 次置十一率用數以三率乘之一率除之得十一率九十遞除

之爲十三率用數以第四乘法乘之爲第五數　如是遞求至單位下以諸數相并得割線半徑差加半徑卽割綫

解曰凡餘弦爲大句半徑爲大弦正矢爲小句則割線減半徑名割線半徑差爲其小弦故以半徑乘弧背求正矢各率分數以弧背求餘弦各率分數除之所得爲本弧求割綫半徑差各率分數

丙
丁
乙
庚
己
戊
甲

如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙丙爲餘弧己丁爲所求割綫乙丁爲割線半徑差己戊爲餘弦戊甲卽乙庚爲正矢己乙類爲半徑以

己戊大句比己乙大弦若乙庚小句與乙丁小弦

一率　大句　弧背求餘弦各率分數

二率　大弦　半徑

三率　小句　弧背求正矢各率分數

四率　小弦　本弧求割線半徑差各率分數

推演本弧求割線總圖

五六七八	一乘士 一二三四五六七八九十 [illegible]
五六	一二三四五六七八 一二 [illegible]
	一二除 九十乘 [illegible]
	[illegible]
	一二三四五六 一二三四 [illegible]
除 乘	一二三四除 七八九十乘 [illegible]
	[illegible]
五六	一二三四 一二三四五六 [illegible]
五六除 七八乘	一二三四五六除 五六七八九十乘 [illegible]
	[illegible]
五六七八	一二 一二三四五六七八 [illegible]
	一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 [illegible]
三四五商除	[illegible]
五商乘法式	一二三四五六七八九十 [illegible] ○

一乘三　一乘五　一乘七　一乘九

一層初商實
二層初商乘法式
三層初商同母式
四層次商實
五層次商乘法式
六層次商同母式
七層三商實
八層三商乘法式
九層三商同母式
十層四商實
十一層四商乘法式
十二層四商同母式
十三層

如圖先置弧背求正矢各率分數以一率半徑乘之所得如首層爲一率乘三率一二分之一少一

一乘十一 一二三四五六七八九十 丨	一乘九 一二三四五六七八 ⊥	一乘七 一二三四五六 丨	一乘五 一二三四 ⊥
一二三四五六七八 一二 丨	一二三四五六 一二 ⊥	一二三四 一二 丨	一二 一二 ⊥
一二除 九十乘 三丨丨丨	一二除 七八乘 二𝍭	一二除 五六乘 一𝍣	一二除 三四乘 ⊤
三𝍣	二𝍮	一𝍣	丨丨丨

率乘五率一二三四分之一多一率乘七率自一至六分之一少一率乘九率自一至八分之一多一率乘十一率自一至十分之一爲初商實乃以弧背求餘弦各率分數除之先置初商實首位一率乘三率一二分之一以除法首位一率一約之得三率一二分之一卽爲初商以乘除法所得如次層一率乘三率一二分之一少一率乘五率一二分又一二分之一多一率乘七率一二三四分又一

三乘 一二 一層
一二 二層 ○
三層
四層

二分之一少一率乘九率自一至六分又一二分之一多一率乘十一率自一至八分又一二分之一爲初商乘法式應減初商實其一率乘三率一二分之一相減却盡其一率乘五率則原實分母係一二三四分乘法式係一二分又一二分應以一二除之三四乘之以同其母其一率乘七率原實分母係自一至六分乘法式係一二三四分又一二分應以一二除之五六乘之其一率乘九率原實分母係自一至八分乘法式係自一至六分又一二分應以一二除之七八乘之其一率乘十一率原實分母係自一

至十分乘法式係自一至八分又一二分應以一
二除之九十乘之通計乘除得如第三層少一率
乘五率一二三四分之六多一率乘七率自一至
六分之十五少一率乘九率自一至八分之二十
八多一率乘十一率自一至十分之四十五爲初
商同母式以減初商實其減餘如第四層一率乘
五率一二三四分之五少一率乘七率自一至六
分之十四多一率乘九率自一至八分之二十七
少一率乘十一率自一至十分之四十四爲次商
實
置次商實首位一率乘五率一二三四分之五以

	一率乘五率	一率乘七率	一率乘九率	一率乘十一率
四層	一二三四 [illegible]	一二三四五六 [illegible]	一二三四五六七八 [illegible]	一二三四五六七八九十 [illegible]
五層	一二三四 [illegible]	一二 一二三四 [illegible]	一二三四 一二三四 [illegible]	一二三四五六 一二三四 [illegible]
六層	○	一二三四除 三四五六乘 [illegible]	一二三四除 五六七八乘 [illegible]	一二三四除 七八九十乘 [illegible]
七層		[illegible]	[illegible]	[illegible]

除法首位一率二約之得五率一二三四分之五卽爲次商以乘除法所得如第五層一率乘五率一二三四分之五少一率乘七率一二分又一二三四分之五多一率乘九率一二三四分又一二三四分之五少一率乘十一率自一至六分又一二三四分之五爲次商乘法式應減次商實其首位一率乘五率一二三四分之五減盡其一率乘七率則原實分母係自一至六分乘法式係一二分又

一二三四分應以一二三四除之三四五六乘之以同其母其一率乘九率原實分母係自一至八分乘法式係一二三四分又一二三四分應以一二三四除之五六七八乘之其一率乘十一率原實分母係自一至十分乘法式係自一至六分又一二三四分應以一二三四除之七八九十乘之通計乘除得如第六層少一率乘七率自一至六分之七十五多一率乘九率自一至八分之三百五十少一率乘十一率自一至十分之一千〇五十為次商同母式以減次商實其減餘如第七層一率乘七率自一至六分之六十一少一率乘九

率自一至八分之三百二十三多一率乘十一率
自一至十分之一千〇〇六爲三商實
置三商實首位一率乘七率自一至六分之六十
一以除法首位一率一除之得七率自一至六分
之六十一即爲三商以乘除法所得如第八層一
率乘七率自一至六分之六十一少一率乘九率
一二分又自一至六分之六十一多一率乘十一
率一二三四分又自一至六分之六十一爲三商
乘法式應減三商實其首位一率乘七率自一至
六分之六十一減盡其一率乘九率原實分母係
自一至八分乘法式係一二分又自一至六分應

	一乘十一率 率	一乘九率 率	一乘七率 率
	一二三四五六七八九十	一二三四五六七八	一二三四五六
七層	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	一二三四 一二三四五六	一二 一二三四五六	一二三四五六
八層	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	一二三四五六除 五六七八九十乘	一二三四五六除 三四五六七八乘	〇
九層	[illegible]	[illegible]	
十層	[illegible]	[illegible]	

以自一至六除之自三至八乘之以同其母其一率乘十一率原實分母係自一至十分乘法式係一二三四分又自一至六分應以自一至六除之自五至十乘之通計乘除得如第九層少一率乘九率自一至八分之一千七百〇八多一率乘十一率自一至十分之一萬二千八百一十爲三商同母式以減三商實其減餘如第十層一率乘九率自一至八分之一千三百八十五少一率乘十一率自一至十分

之一萬一千八百〇四四爲四商實

置四商實首位一率乘九率自一至八分之一千三百八十五以除法首位一率一約之得九率自一至八分之一千三百八十五卽爲四商以乘除法所得如第十一層一率乘九率自一至八分之一千三百八十五少一率乘十一率一二分又自一至八分之一千三百八十五爲四商乘法式應減四商實其首位一率乘九率自一至八分之一千三百八十五減盡其一率乘十一率原實

	一率乘十一率	一率乘九率
	一二三四五六七八九十	一二三四五六七八
十一層		
	一二	
	一二三四五六七八九十	一二三四五六七八
十二層		
	一二三四五六七八除	
	三四五六七八九十乘	
十三層		
十三層		

分母係自一至十分乘法式係一二分又自一至八分應以自一至八除之自三至十乘之計乘除得如第十二層少一率乘十一率自一至十分之六萬三千三百二十五爲四商同母式以減四商實其減餘如第十三層一率乘十一率自一至十分之五萬〇五百二十一爲五商實

置五商實以除法首位一率一約之得十一率自一至十分之五萬〇五百二十一卽爲五商以乘除法所得如第十四層一率乘十一率自一至十分之五萬〇五百二十一爲五商乘法式以減原實却盡通計求得

	一率 乘 十一率
十三層	一二三四五六七八九十
	[illegible]
十四層	一二三四五六七八九十
	[illegible]
	〇

五率	七率	九率	十一率
一二三四	一二三四五六	一二三四五六七八	一二三四五六七八九十
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
次商	三商	四商	五商

本弧求割線半徑差各率分數爲三率一二分之一又五率一二三四分之五又七率自一至六分之六十一又九率自一至八分之一千三百八十五又十一率自一至十分之五萬○五百二十一也

細審割線半徑差率分其分母與正矢率分同是其各率除法必與求正矢同而起二除繼以三除四除而遞加矣惟當審其各率分子遞減之由來乃由前圖去繁就簡爲第二圖其初商實分子均爲單一卽數根其初減數則起三四乘單一以一二除之七率初減

率三
二一
一|
初減

丨 一二除 三四乘 [illegible]	丨 一二除 五六乘 [illegible]	丨 一二除 七八乘 [illegible]	丨 一二除 九十乘 [illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	一二三四除 三四五六乘 [illegible]	一二三四除 五六七八乘 [illegible]	一二三四除 七八九十乘 [illegible]
	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		一二三四五六除 三四五六七八乘 [illegible]	一二三四五六除 五六七八九十乘 [illegible]
		[illegible]	[illegible]
			一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 [illegible]
			[illegible]

亦一二除而用五六乘是以是以前初減三四除五六乘即七率初減也九率初減亦一二除而用七八乘是以七率初減五六除七八乘即九率初減也十一率初減亦一二除而用九十乘是以九率初減七八除九十乘即十一率初減也而第一減餘五即爲五率分子其次減數皆根于五率分子七率次減爲一

初商實分子	數根
初商同母式分子減餘數	初減數
次商同母式分子減餘數	次減數
三商同母式分子減餘數	三減數
四商同母式分子減餘數	四減數

二三四除三四五六乘而三四乘除可相抵是一二除五六乘也九率次減亦一二三四除而用五六七八乘以較七率次減其除法相同惟乘法多七八乘少三四乘是以七率次減七八乘之三四除之卽九率次減也其十一率次減亦一二三四除而用七八九十乘以較九率次減其除法相同惟乘法多九十乘少五六乘是以九率次減五六除之九十乘之卽十一率次減也而第一減餘六十一卽七率分子其三減數皆根於七率分子九率三減爲一二

三四五六除三四四五六七八乘而三四四五六乘除
可相抵是一二除七八乘也其十一率三減亦一
二三四五六除而用五六七八九十乘以較九率
三減其除法相同惟乘法則多九十乘少三四乘
是以九率三減三四除之九十乘之卽十一率三
減也而第一減餘一千三百八十五卽九率分子
其四減數皆根於九率分子十一率四減用自一
至八除自三至十乘而三四五六七八乘除可相
抵是一二除九十乘也而減餘五萬〇五百二十
一卽十一率分子
復由前圖變爲第三圖第一層初商實分子卽數

根均爲單一第二層初減數以單一爲實一二除三四乘爲第一初減再加三四除五六乘爲第二初減再加五六除七八乘爲第三初減再加七八除九十乘爲第四初減通計其除法自一二而遞加其乘法則自三四而遞加第三層爲減餘其首位五率分子卽第一乘

七八除九十乘　五六除九十乘　三四除九十乘　一二除九十乘

五六除七八乘　三四除七八乘　一二除七八乘

三四除五六乘　一二除五六乘

一二除三四乘

法第四層次減數以五率分子爲實一二除五六乘爲第一次減再加三四除七八乘爲第二次減再加五六除九十乘爲第三次減通計其除法亦

自一二而遞加其乘法則自五六而遞加第五層爲減餘其首位七率分子即第二乘法第六層三減數以七率分子爲實一二除七八乘爲第一三減再加三四除九十乘爲第二三減通計其除法亦自一二而遞加其乘法則自七八而遞加第七層爲減餘其首位九率分子即第三乘法第八層四減數以九率分子爲實一二除九十乘爲第一四減計其除法亦起一二其乘法則起九十雖圖止十一率而遞加之例已可類推也第九層減餘十一率分子即第四乘法細按初減二減三減四減迭次乘除之例橫豎視之皆秩然而不紊則自

三率至十一率卽可推至多率惟各率亦各自爲
分子故亦先求用數求得數後加半徑便爲割線
此本弧求割線立術之由也

餘弧求割線

術曰先求各率分子爲遞次乘法　三乘單一得三爲數根又三乘單一以四五遞乘之二三遞除之得一十爲初減數數根減初減得七爲第一乘法　置前數根三爲數根置前初減以六七遞乘之四五遞除之得二十一爲初減數置前乘法六七遞乘之二三遞除之得四十九爲次減數數根減初減得十八再減次減得三十一爲第二乘法　五乘前數根得十五爲數根五乘前初減以八九遞乘之六七遞除之得一百八十爲初減數五乘前次減以八九遞乘之四五遞除之得八百八十二爲次減數五乘前乘

法以八九遞乘之二三遞除之得一千八百六十爲三減數數根減初減得一百六十五再減次減得七百十七再減三減得一千一百四十三爲第三乘法

置前數根十五爲數根置前初減十與十一遞乘之八九遞除之得二百七十五爲初減數置前次減十與十一遞乘之六七遞除之得二千三百一十爲次減數置前三減十與十一遞乘之四五遞除之得一萬○二百三十爲三減數置前乘法十與十一遞乘之二三遞除之得二萬○九百五十五爲四減數數根減初減得二百六十再減次減得二千○五十再減三減得八千一百八十再減四減得一萬二千

七百七十五為第四乘法　凡數根起單一而間位用奇數乘（如第一乘法用三乘第三乘法用五乘）其求各減數則用耦奇二數乘而逐次乘法遞加（如第二乘法用六七乘第三乘法用八九乘）亦用耦奇二數除而逐次減數遞降（如第二乘法初減四五除次減二三除）又間位添一奇數乘（如第一乘法又三乘單一第三乘法五乘前初減及前次減及前乘法）乘法降一位則多一減如是遞求得各率分子即為遞次乘法

乃以半徑為連比例二率本弧減象限得餘弧弧分為三率二率自乘三率除之得一率為第一數　次置三率弧分二三遞除之為第二數．次以三率自乘一率除之得四率於是三除第二數以四率乘之

二率除之得五率四五遞除之爲七率用數第一乘法乘之爲第三數　次置七率用數以四率乘之二率除之得七率六七遞除之爲九率用數第二乘法乘之爲第四數　五除九率用數以四率乘之二率除之得九率八九遞除之爲十一率用數第三乘法乘之爲第五數　次置十一率用數以四率乘之二率除之得十一率十與十一遞除之爲十三率用數第四乘法乘之爲第六數　凡逐次除用耦奇二數再用各奇數間一數除之如是遞求至單位下乃并諸數得割線

解曰凡以餘弧正弦爲小股半徑爲小弦半徑又

爲大股則割線爲其大弦故以半徑自乘爲實弧背求正弦各率分數除之即得餘弧求割線各率分數

首率	小股
中率	小弦 大股
末率	大弦

如圖甲乙爲本弧甲丙爲象限乙丙爲餘弧己丁爲所求割線庚乙即己戊爲餘弧正弦己甲己乙類爲半徑以己戊小股比己乙小弦若己甲大股與己丁大弦

弧背求正弦各率分數

半徑

餘弧求割線各率分數

凡餘弧求割線亦須改率數與求切線同當以半徑爲二率弧分爲三率其除法正弦率分爲三率一少五率二三三分之一多七率二三四五分之一少九率自二至七分之一多十一率自二至九分之一少十三率自二至十一分之一也

推演餘弧求割線總圖

	二乘十一 二三四五六七八九十十一
三五	二三四五六七八九十十一三五
	二三四五六七八九 二三
	二三除 十十一乘三乘五乘
	二三四五六七 二三四五三
	二三四五除 八九十十一乘五乘
	二三四五 二三四五六七三
乘	二三四五六七除 六七八九十十一乘五乘
三五	二三 二三四五六七八九三五
	二三四五六七八九除 四五六七八九十十一乘
六兩實	
乘法式	二三四五六七八九十十一三五

	三乘一	三乘三	三乘五	三乘七	三乘九
		二三 〇	二三四五 〇	二三四五六七 〇	二三四五六七八九 〇
初商實	丨				
乘法式	丨	丅	丨	丅	丨
次商實	〇	丨	丅	丨	丅
四層次母次商實		二三 丨	二三四五三 卌	二三四五六七三 川	二三四五六七八九 一卌
五層次商乘法式		二三 丨	二三 二三 丅	二三四五 二三 丨	二三四五六七 二三 丅
六層三商同母式		〇	二三除 四五乘三乘 七〇	二三除 六七乘三乘 三丨	二三除 八九乘三乘五乘 [illegible]
七層三商實			Ⅱ	一Ⅲ	丄Ⅲ
八層三商乘法式			二三四五三 Ⅱ	二三 二三四五三 Ⅲ	二三四五 二三四五三 Ⅱ
九層三商同母式			〇	二三四五除 四五六七乘 三Ⅲ	二三四五除 六七八九乘五乘 Ⅲ三Ⅱ
十層四商實				三丨	Ⅲ丅
十一層四商乘法式				二三四五六七三 三丨	二二 二三四五六 三丅
十二層四商同母式				〇	二三四五六七除 四五六七八九乘五 一Ⅲ〇
十三層五商實					一三Ⅲ
十四層五商乘法式					二三四五六七八九 一三Ⅲ
十五層五商同母式					〇
十六層					
十七層六商					

一層初商 二層初商 三層

如圖先置二率半徑自乘所得如首層三率乘一率一（三率乘一率即二率自乘）為初商實以正弦率分為法除之以除法首位三率一約初商實得一率一即為初商以乘除法所得如次層三率乘一率一少三率乘三率二三三分之一多三率乘五率二三四五分之一少三率乘七率自二至七分之一多三率乘九率自二至九分之一少三率乘十一率自二至十一分之一為初商乘法式以減初商實所得如第三層三率乘三率二三分之一少三率乘五率二三四五分之一多三

十一率乘

十一十九八七六五四三

	三率	九率三乘率	七率三乘率	五率三乘率	三率三乘率	一率三乘率
	二	二三四五六七八九	二三四五六七	二三四五	二三	
首層	○	○	○	○	○	丨
次層	十	丨	卜	丨	卜	丨
三層	丨	十	丨	卜	丨	○

率乘七率自二至七分之一少三率乘九率自二至九分之一多三率乘十一率自二至十一分之一

次商實須添分母何也次商以下逐次乘除求分子每逢奇數亦如餘弧求切線之不受除故自三率乘五率以下應加分母三自三率乘九率以下應再加分母五庶分子不致奇零通計求得如第四層三率乘三率二三分之一少三率乘五率二三四五分又三分之三多三率乘七率自二至七分又三分之三少三率乘九率自二

至九分又三分又五分之十五多三率乘十一率
自二至十一分又三分又五分之十五爲添母次
商實乃置添母次商實首位三率乘三率二三分
之一以除法首位三率一約之得三率二三分之
一即爲次商以乘除法得第五層三率乘三率二
三分之一少三率乘五率二三分又二三分之一
多三率乘七率二三四五分又二三分之一少三
率乘九率自二至七分又二三分之一多三率乘
十一率自二至九分又二三分之一爲次商乘法

式應減次商實其首位三率乘三
率二三分之一減盡其三率乘五

十一十九八

九八

	三率乘十一率	三率乘九率	三率乘七率	三率乘五率	三率乘三率
	二三四五六七 三五	二三四五六七八九 三五	二三四五六七 三	二三四五 三	二三
四層	〡〣〧	〡〣〦	〣	〣〣	〡
	二三四五六七 二三	二三四五六七 二三	二三四五 二三	二三 二三	二三
五層	〡	〦	〡	〦	〡
	二三除 十十一乘 三乘五乘 〡〦〣	二三除 八九乘 三乘五乘 〤〇	二三除 六七乘 三乘 二〡	二三除 四五乘 三乘 〧〇	〇
六層					
七層	〣〤〇	〤〣	一〦	〢	

率原實分母係二三四五分又三
分乘法式係二三分又二三分應
以二三除之四五乘之又三乘之
以同其母其三率乘七率原實分
母係自二至七分又三分乘法式
係二三四五分又二三分應以二
三除之六七乘之又三乘之其三
率乘九率原實係自二至九分又
三分又五分乘法式係自二至七
分又二三分應以二三除之八九
乘之又三乘之五乘之其三率乘

十一率原實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式係自二至九分又二三分應以二三除之十與十一乘之又三乘之五乘之通計乘除得如第六層少三率乘五率二三四五分又三分之十多三率乘七率自二至七分又三分之二十一少三率乘九率自二至九分又三分又五分之一百八十多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之二百七十五為次商同母式以減原實其減餘如第七層二三四五分又三分之七少三率乘七率自二至七分又三分之十八多三率乘九率自二至九分又三分又五分之一百六十五

首位三率乘七率自二至七分又三分之三十一
減盡其三率乘九率原實分母係自二至九分又
三分又五分乘法式分母係二三分又自二至七
分又三分應以自二至七除之自四至九乘之又
五乘之以同其母其三率乘十一率原實分母係
自二至十一分乘法式係二三四五分又自二至
七分又三分應以自二至七除之自六至十一乘
之又五乘之通計乘除得如第十二層少三率乘
九率自二至九分又三分又五分之一千八百六
十多三率乘十一率自二至十一分又三分又五
分之一萬○二百三十爲四商同母式以減四商

實其減餘如第十三層三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千一百四十三少三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之八千一百八十為五商實

三率乘十一率
二三四五六七八九十十一
三　五

三率乘九率
二三四五六七八九
三　五

二三四五六七八九
三　五

二三四五六七八九除
四五六七八九十十一乘

置五商實首位三率乘九率自二至九分又三分又五分之一千一百四十三以除法首位三率一約之得九率自二至九分又三分又五分之一千一百四十三卽為五商以乘除法所得如第十四層三率乘九率自二至九分又三分又

五分之一千一百四十三少三率乘十一率二三
分又自二至九分又三分又五分之一千一百四
十三爲五商乘法式應減五商實其首位三率乘
九率自二至九分又三分又五分之一千一百四
十三減盡其三率乘十一率原實分母係自二至
十一分又三分又五分乘法式係二三分又自二
至九分又三分又五分應以自二至九除之自四
至十一乘之以同其母計乘除得如第十五層少
三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之
二萬〇九百五十五爲五商同母式以減五商實
其減餘第十六層三率乘十一率自二至十一分

又三分又五分之一萬二千七百七十五爲六商

實

置六商實以除法首位三率一約之得十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千七百七十五即爲六商以乘除法得第十七層三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千七百七十五以減原實刦盡

十一乘三率

二二四五六七八九十十一
三　五
共　層 [illegible]

二三四五六七八九十十一
三　五
十七層 [illegible]

〇

六七八九十十一

通計求得餘弧求割綫各率分數爲一率一又三率二三三分之一又五率二三四五分又三分之七又七率自二至七分又三分之三十一又九率自二至九分又三分

六商	五商	四商	三商	次商	初商
十一率 二三四五 五	九率 二三四五六七八九 三 五	七率 二三四五六七 三	五率 二三四五 三	三率 二三	一率

又五分之一千一百四十三又十一率自二至十一分又三分又五分之一萬二千七百七十五也

細審餘弧求割線率分其分母與餘弧求切線同是其逐率除法亦必與餘弧求切線同于自審其各率分子之由來乃由前圖爲第二圖其次商實分子之五率七率均爲一三相乘之三九率十一率均爲一三五連乘之十五是諸數之根係以奇數疊乘而閒一位則加一乘也其初減數則起單一五率初減用二三除四五乘又三乘七率初減二三除

母次商實分子	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	二三除 四五乘 三乘	二三除 六七乘 三乘	二三除 八九乘 三乘五乘	二三除 十十一乘 三乘五乘
兩同母式分子	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
減餘數	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
		二三四五除 四五六七乘	二三四五除 六七八九乘 五乘	二三四五除 八九十十一乘 五乘
商同母式分子		[illegible]	[illegible]	[illegible]
減餘數		[illegible]	[illegible]	[illegible]
			二三四五六七除 四五六七八九乘 五乘	二三四五六七除 六七八九十十一乘 五乘
商同母式分子			[illegible]	[illegible]
減餘數			[illegible]	[illegible]
				二三四五六七八九除 四五六七八九十十一乘
商同母式分子				[illegible]
減餘數				[illegible]

六七乘又三乘是以五率初減六七乘之四五除之即七率初減也九率初減亦二三除而用八九乘又三乘又五乘是以七率初減八九乘之六七除之又五乘之即九率初減也十一率初減亦二三除而用十與十一乘又三乘又五乘是以九率初減十與

絫　數根
次　初減數
三　次減數
四　三減數
五　四減數

十一乘之八九除之即十一率初減也而第一減餘即爲五率分子其次減數皆根于五率分子之七七率次減二三四五除四五六七乘而四五乘除可相抵是二三除六七乘也其九率次減亦二三四五除而用六七八九乘又五乘以較七率次減其除法同唯少四五乘多八九乘又五乘是以七率次減四五除之八九乘之又五乘之即九率次減也其十一率次減亦二三四五除而用八九十十一乘又五乘以較九率次減其除法并又五乘並同唯多十與十一乘少六七乘是以九率

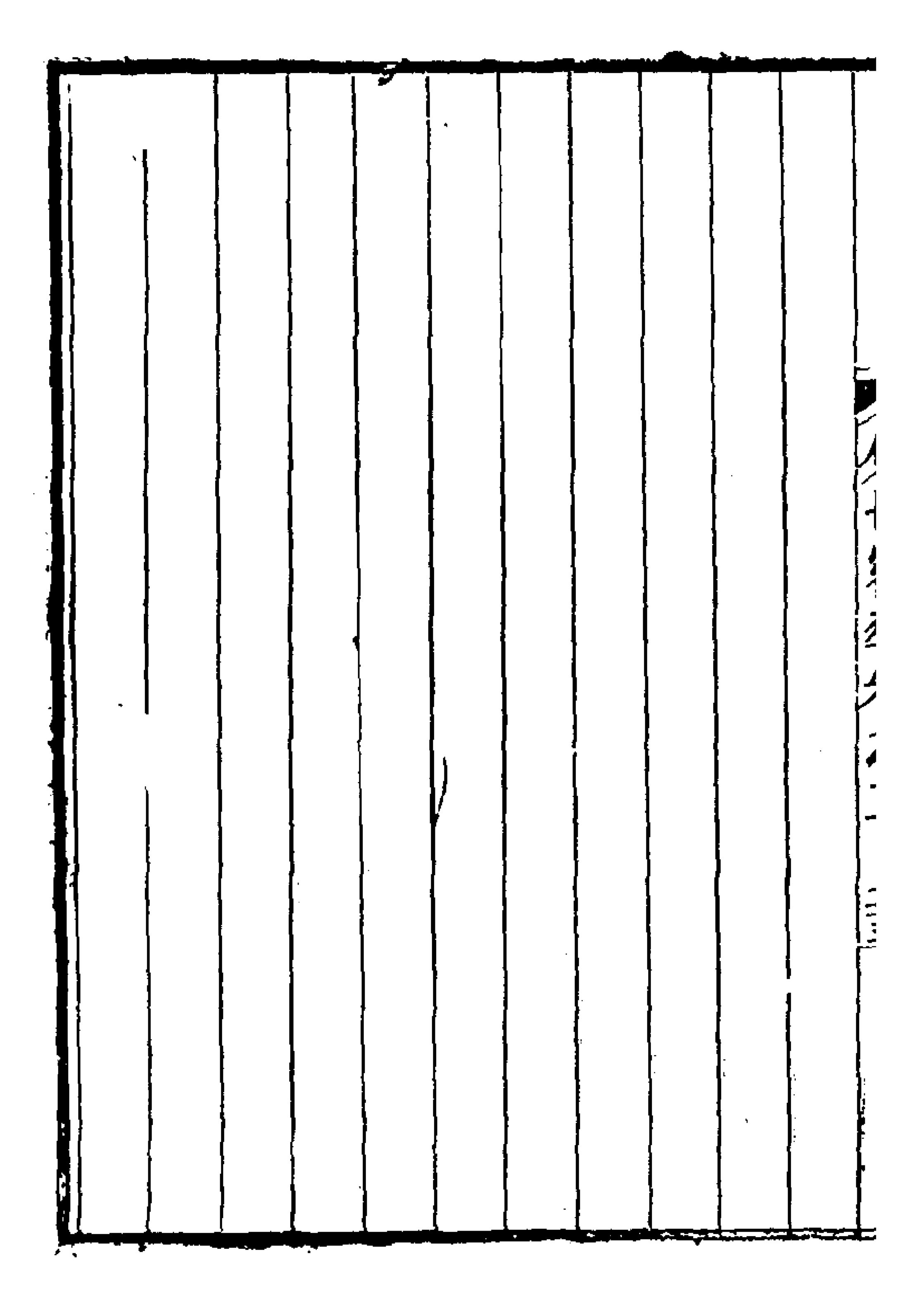
次減六七除之十與十一乘之即十一率次減也而第一減餘即七率分子其三減數皆根于七率分子之三十一九率三減二三四五六七除四五六七八九乘又五乘而四五六七乘除可相抵是二三除八九乘又五乘也其十一率三減亦二三四五六七除而用六七八九十十一乘又五乘以較九率三減其除法及又五乘同唯多十與十一乘少四五乘是以九率三減四五除之十與十一乘之即十一率三減也而第一減餘即爲九率分子其四減數皆根于九率分子之一千一百四十三十一率四減二三四五六七八九除四五六七

八九十十一乘而四五六七八九乘除可相抵是二三除十與十一乘也而減餘一萬二千七百七十五卽爲十一率分子

復由前圖變爲第三圖首層爲次商實卽數根係初減數內應減之數皆間一位添一奇數乘而首位卽三率分子第二層初減數以三率分子爲實二三除四五乘又三乘爲第一初減再加四五除六七乘爲第二

初減再加六七除八九乘又五乘爲第三初減再加八九除十與十一乘爲第四初減通計其除法則自二三而遞加其乘法則自四五而遞加而又間位加一奇數乘第三層減餘首位五率分子郎第一乘法第四層次減數以第二乘法爲實二三除六七乘爲第一次減再加四五除八九乘又五乘爲第二次減再加六七除十與十一乘爲第三次減通計其除法亦自二三而遞加其乘法則自六七而遞加而間位亦添一奇數乘第五層首位七率分子卽第二乘法第六層爲三減數以第二乘法爲實二三除八九乘又五乘爲第一三減再

加四五除十與十一乘爲第二三減通計其除法亦自二三而遞加其乘法則自八九而遞加而間位亦加一奇數乘乘第七層減餘首位九率分子即第三乘法第八層四減數以第三乘法爲實二三除十與十一乘爲第一四減其除法亦起二三而乘法起十與十一雖圖止十一率而遞加之例可類推也細案初二三四各減數其迭次乘除與間位乘法皆遞加而不紊則十一率以後亦可盡知惟逐率自爲分子與餘弧求切綫同故亦先求用數此餘弧求割綫立術之由也



弧背求割綫算式

本弧求割綫降位較難餘弧求割綫降位較易大畧與弧背求切綫同茲亦將象限九十度分爲兩限其自十秒至三十度則用本弧求割綫法求之自三十度至八十九度五十九分五十秒則用餘弧求割綫法求之庶極多亦不過十數而降位無難矣

本弧求割綫各率乘法表

率	乘法	數
五率	第一乘法	五
七率	第二乘法	六一
九率	第三乘法	一三八五
十一率	第四乘法	五〇五二一
十三率	第五乘法	二七〇二七六五
十五率	第六乘法	一九九三六一〇〇〇
十七率	第七乘法	一九三九一五〇〇〇〇
十九率	第八乘法	二四〇四九〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弧求割綫各率乘法表

率	乘法	數
五率	第一乘法	七
七率	第二乘法	三一
九率	第三乘法	一一四三
十一率	第四乘法	一二七七五
十三率	第五乘法	一四一四四七七
十五率	第六乘法	三〇一〇一九〇〇
十七率	第七乘法	七四六六六〇〇〇〇
十九率	第八乘法	三五八七四〇〇〇〇〇〇

本弧求割綫第六乘法係一九九三六〇九八一第七乘法係一九三九一五一二一四五第八乘法係二四〇四八七九六七五四四一餘弧求割線第六乘法係三〇一〇一九二五第七乘法係七四六六四九〇五七第八乘法係二五八七三六一二〇〇六五以尾數無用故但以〇存其位數

凡設度自十秒至三十度則用本弧求割綫法求之今將設弧三十度以本弧求割綫算式列于後

法檢弧綫表得三十度弧分五二三五九八七七七六

命爲二率以半徑爲一率二率自乘一率除之得三率二七四一五五六七八二除之得一三七〇七七八三九爲第一數　次置第一數以三率乘之一率除之得五率三除之四除之得三一三一七二二三二爲七率用數第一乘法五乘之得一五六五八六一二爲第二數　次置七率用數以三率乘之一率除之得七率五除之六除之得二八六一九三一五爲九率用數第二乘法六一乘之得一七四五七七八爲第三數　次置九率用數以三率乘之一率除之得九率七除之八除之得一四〇一〇九八〇爲十一率用數第三乘法一三八五乘之得一九四〇

五二一為第四數　次置十一率用數以三率乘之一率除之得十一率九除之十除之得〇〇四二六七九九為十三率用數第四乘法五〇五二一乘之得二二五六二一為第五數　次置十三率用數以三率乘之一率除之得十三率十一除之十二除之得〇〇〇〇〇八八六四四為十五率用數第五乘法二七〇二七六五乘之得二三九六為第六數　次置十五率用數以三率乘之一率除之得十五率十三除之十四除之得〇〇〇〇〇〇〇一三三五為十七率用數第六乘法一九九三六一〇〇〇乘之得二六六為第七數　次置十七率用數以三率乘

之一率除之得十七率十五除之十六除之得○○○○○○○○○○○一五二五爲十九率用數第七乘法一九三九一五○○○○○乘之得三○爲第八數　次置十九率用數以三率乘之一率除之得十九率十七除之十八除之得○○○○○○○○○○○○○○一四第八乘法二四○四九○○○○○○○○乘之得○三爲第九數　以諸數相併得一五四七○○五三八爲割綫半徑差加半徑小餘棄之得一一五四七○○五爲所求三十度割綫

一率	一○○○○○○○○○
二率	五二三五九八七七六
三率	二七四一五五六七八

七率用數	九	十一	十三	十五	十七	十九
三						
一						
三	二					
一	八					
七	六	一				

二一四〇〇〇〇〇
二九〇〇〇〇〇〇
三三一四〇〇〇〇
二一〇二〇〇〇〇
五九六〇〇〇〇
八七八〇〇〇
〇九八〇〇〇
九六〇〇〇
四一〇〇
四三〇〇
三〇〇
五一〇
五〇
五二〇
五一
四

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	并諸數
一									一
三	一								五
七	五	一							四
〇	六	七	一						七
七	五	四	九	二					〇
七	八	五	四	一	二				〇
八	六	七	〇	五	三	二			五
三	一	七	五	六	九	六	三		三
九	二	八	二	二	六	六	〇	三	八

凡設度自三十度至八十九度五十九分五十秒則用餘弧求割綫法求之今將設弧三十度以餘弧求割綫算式列于後

法以半徑爲二率以三十度減象限得六十度爲餘

弧檢弧綫表得餘弧弧分一〇四七一九七五五一爲三率二率自乘三率除之得一率九五四九二九六五九爲第一數　次置三率弧分二除之三除之得一七四五三二九二五爲第二數　次以三率自乘二率除之得四率一〇九六六二二七一一於是三除第二數以四率乘之二率除之得五率四除之五除之得三一八九九四六一六爲七率用數第一乘法七乘之得二二三二九六二三爲第三數　次置七率用數以四率乘之二率除之得七率六除之七除之得八三二一八九七〇一爲九率用數第二乘法三二一乘之得二二五八一九八一爲第四數　五除

九率用數以四率乘之二率除之得九率八除之九除之得二一五三七一四九為十一率用數第三乘法一一四三乘之得二八九九九六為第五數　次置十一率用數以四率乘之二率除之得十一率十除之十一除之得○二五二九三六為十三率用數第四乘法一二七七五乘之得三二三一三為第六數

七除十三率用數以四率乘之二率除之得十三率十二除之十三除之得○○○○二五四○一為十五率用數第五乘法一四一四四七七乘之得三五九三為第七數　次置十五率用數以四率乘之二率除之得十五率十四除之十五除之得○○○

○○○一三二六為十七率用數第六乘法三○一○一九○○乘之得三九九為第八數　九除十七率用數以四率乘之二率除之得十七率十六除之十七除之得○○○○○○○○○五九四為十九率用數第七乘法七四六六六○○○○○乘之得四四為第九數　次置十九率用數以四率乘之二率除之得十九率十八除之十九除之得○○○○○○○○○○○○一九第八乘法二五八七四○○○○○○乘之得○五為第十數　以諸數相併得一一五四七○○五三八小餘未滿五棄之即三十度割綫

一率	二率	三率	四率
九五四九二九六五九	一○○○○○○○○○	一○四七一九七五五一	一○九六六二二七一一

七率用數　九　十一　十三　十五　十七　十九

三一八九九四六一六
八三二八九七○一
二五三七一四九
○二五二九三六
○○○○二五四(一
○○○○○○一三二六
○○○○○○○○○○五九四
○○○○○○○○○○○○一九

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	并諸數
九五四九二九六五九	一七四五三二九二五	二二三二九六二二	二五八一九八一	二八九九九六	三二三一三	三五九三	三九九	四四	五	一一五四七○○五三八

外切密率卷之二

譚瑩玉生覆校

切綫求本弧

術曰分子均爲單一無乘法　以切線爲第一數正

次以半徑爲一率切綫爲二率二率自乘一率除

之得三率乃以三率乘第一數一率除之得四率三

除之爲第二數負　置四率以三率乘之一率除之

得六率五除之爲第三數正　置六率以三率乘之

一率除之得八率七除之爲第四數負　置八率以

三率乘之一率除之得十率九除之爲第五數正

如是遞求至單位下乃幷諸正數又幷諸負數減之

得本弧

解曰凡連比例率分可以還原有本弧求切線率分即可得切線求本弧率分其法以本弧求切線率分即命爲切線二率累次乘除遞求各率復加減本弧求切線率分使僅留首位弧背二率然後視其所加減者何若即得切線求本弧率分此還原法也

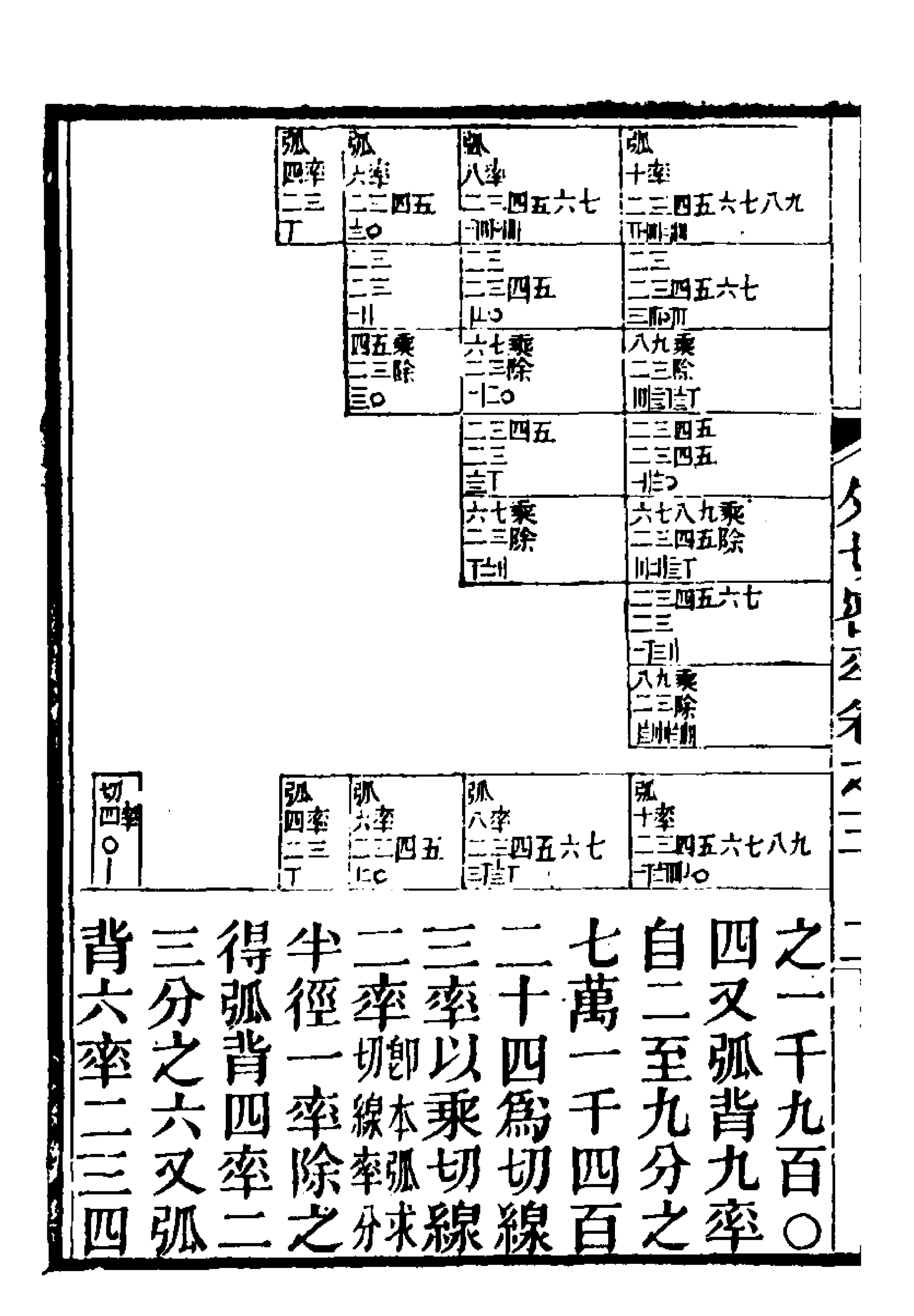
置本弧求切線率分弧背二率一又弧背四率二三分之二又弧背六率二三四五分之十六又弧背八率自二至七分之二百七十二又弧背十率自二至九分之七千九百三十六命爲切線便爲二率自乘半徑爲一率除之使從四率以下分母

切二率 二〇丨　弧二率 二〇丨　弧四率 二三　弧六率 二三四五　弧八率 二三四五六七　弧十率 二三四五六七八九

弧三率 〇丨 二三乘　弧五率 二三 四五乘 三〇 二三 四五乘 三〇　弧七率 二三四五 六七乘 二三 二三 四五六七乘 二三除 二三四五 六七乘　弧九率 二三四五六七 八九乘 二三 二三四五 六七八九乘 二三除 二三四五 六七八九乘 二三除 二三四五六七 八九乘

切三率 二〇丨　弧三率 二三　弧五率 二三四五　弧七率 二三四五六七　弧九率 二三四五六七八九

得弧背三率二三分之六又弧背五率二三四五分之八十又弧背七率自二至七分



之一千九百〇四又弧背九率自二至九分之七萬一千四百二十四爲切線三率以乘切線二率即本弧求切線率分半徑一率除之得弧背四率二三分之六又弧背六率二三四

弧 十率 二三 二三四五六七 [illegible]

八九乘 二三除 [illegible]

二三四五 二三四五 [illegible]

六七八九乘 二三四五除 [illegible]

二三四五六七 二三 [illegible]

八九乘 二三除 [illegible]

弧 八率 二三 二三四五 [illegible]

六七乘 二三除 [illegible]

二三四五 二三 [illegible]

六七乘 二三除 [illegible]

弧 六率 二三 二三 [illegible]

四五乘 二三除 [illegible]

弧 十率 二三四五六七八九 [illegible]

弧 八率 二三四五六七 [illegible]

弧 六率 二三四五 [illegible]

切 六率 [illegible]

五分之一百二十又弧背八率自二至七分之三千六百九十六又弧背十率自二至九分之十六萬八千九百六十為切線四率又以切線三率乘之半徑一率除

之使從六率以下分母得弧背六率二三四五分之一百二十又弧背八率自二至七分之八千四

百又弧背十率自二至九分之六十四萬五千一百二十爲切線六率又以切線三率乘之半徑一

弧十率
二三
二三四五六七
[illegible]

八九乘
二三除
[illegible]

二三四五
二三四五
[illegible]

六七八九乘
二三四五除
[illegible]

弧十率
二三四五六七八九
[illegible]

弧八率
二三
二三四五
[illegible]

六七乘
二三除
[illegible]

弧八率
二三四五六七
[illegible]

切八率
[illegible]

率除之使從八率以下分母得弧背八率自二至七分之五千○四十又弧背十率自二至九分之八十四萬六千七百二十爲切線八率又以切線三率乘之半徑一率除之使從十率分母得弧背十率自二至九分之三十六萬二千八百八十爲切線十率

弧
十率
二三四五六七
二三
[illegible]

八九乘
二三除
[illegible]

弧
十率
二三四五六七八九
[illegible]

切
十率
〇丨

乃以切線二一率內之弧背四率分子二約切線四率內之弧背四率分子六得三三即以三除切線四率得弧背四率二三分之二又弧背六率二三四五分之四十又弧背八率自二至七分之一千二百三十二又弧背十率自二至九分之五萬六千三百二十為切線四率三分之一以減切線二一率得弧背二率一少弧背六率二三四五分之二十四少弧背八率自二至七分之九百六十少弧背十率自二至九分之四萬八千二百八十四為減得數

	弧二率 〇 |	弧四率 二三 [illegible]	弧六率 二三四五 [illegible]	弧八率 二三四五六七 [illegible]	弧十率 二三四五六七八九 [illegible]
三分四率減		||	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	|	〇	[illegible]	[illegible]	[illegible]
五分六率加			[illegible]	[illegible]	[illegible]
	|	〇	〇	[illegible]	[illegible]
七分八率減				[illegible]	[illegible]
	|	〇	〇	〇	[illegible]
九分十率加					[illegible]
	|	〇	〇	〇	〇

此減得數與切線二率一少切線四率三分之一相等乃取減得數內之弧背六率分子二十四以約切線六率內之弧背六率分子一百二十得五即以五除切線六率得弧背六率二三四五分之二十四又弧背八率自二至七分之一千六百八十又弧背十率自二至九分之十二萬

切十率	切八率	切六率	切四率	切二率
〇〇	〇〇	〇〇	〇〇	〇丨
〇〇	〇〇	〇〇	三⊥	〇丨
〇〇	〇〇	五丨	三⊥	丨
〇〇	七⊥	五丨	三⊥	〇丨
九丨	七⊥	五丨	三⊥	〇丨

九千〇二十四以加前減得數得弧背二率一又弧背八率自二至七分之七百二十又弧背十率自二至九分之八萬〇六百四十爲加得數此加得數與切線二率一少切線四率三分之一多切線六率五分之一相等乃取加得數內之弧背八率分子七百二十以約切線八率內之弧背八率分子五千〇四十得七即以七除切線八率得弧背八率自二至七分之七百二十又弧背十率自二至九分之十二萬〇九百六

十爲切線八率七分之一以減加得數得弧背二率一少弧背十率自二至九分之四萬〇三百二十爲第二減得數此減得數與切線二率一少切線四率三分之一多切線六率五分之一少切線八率七分之一相等乃取減得數内之弧背十率分子四萬〇三百二十以約切線十率内之弧背十率分子三十六萬二千八百八十得九郎以九除十率得弧背十率自二至九分之四萬〇三百二十爲切線十率九分之一以加第二減得數于是本弧求切線率分自四率以下加減却盡惟餘弧背二率一與切線二率一少切線四率三分之

一多切線六率五分之一少切線八率七分之一多切線十率九分之一相等是印切線求本弧各率分數也

細審切線求本弧各率分子均爲單一故不必求遞次乘法而其分毋爲一三五七九各奇數則可悟十率以後之分母亦必爲各奇數挨次遞加惟逐率各自爲分母非可由遞除而得故先求各率全數而各以本率分母除之此切線求本弧立法之由也

切線求餘弧

術曰先求各率分子爲遞次乘法。置單一以二三遞乘之又一乘三除得二爲數根又爲第一乘法三乘前數根以四五遞乘之又三乘五除得七十二爲數根三乘前乘法以四五遞乘之又一乘三除得四十爲初減數數根內減初減得三十二爲第二乘法　置前數根以六七遞乘之又五乘七除得二千一百六十爲數根置前初減以六七遞乘之又三乘五除得一千〇〇八爲初減數置前乘法以六七遞乘之又一乘三除得四百四十八爲次減數數根內減初減得一千一百五十二再減次減得七百〇四

爲第三乘法　五乘前數根以八九遞乘之又七乘九除得六十萬四千八百爲數根五乘前初減以八九遞乘之又五乘七除得二十五萬九千二百爲初減數五乘前次減以八九遞乘之又三乘五除得九萬六千七百六十八爲次減數五乘前乘法以八九遞乘之又一乘三除得八萬四千四百八十爲三減數數根內減初減得三十四萬五千六百再減次減得二十四萬八千八百三十二再減三減得十六萬四千三百五十二爲第四乘法　置前數根以十與十一乘之又九乘十一除得五千四百四十三萬二千爲數根置前初減以十與十一遞乘之又七乘九

除得二千二百十七萬六千爲初減數置前次減以十與十一遞乘之又五乘七除得七百六十萬三千二百爲次減數置前三減以十與十一遞乘之又三乘五除得五百五十七萬五千六百八十爲三減數置前乘法以十與十一遞乘之又一乘三除得六百○二萬六千二百四十爲四減數數根內減初減得三千二百二十五萬六千再減次減得二千四百六十五萬二千八百再減三減得一千九百○七萬七千一百二十再減四減得一千三百○五萬○八百八十爲第五乘法　凡求數根及各減數先用耦奇二數乘而逐次乘法遞加如第一乘法用二三乘次第二乘法用四五乘

用相連兩奇數一乘一除而逐次減數遞降如第二乘法數根用三乘五除初減用一乘三除又間位加一奇數乘如是遞求得各率分子即為遞次乘法

乃以切線為第一數正　次以切線為一率半徑為二率二率自乘一率除之得三率二三遞除之為五率用數第一乘法乘之得第二數正　次以三率自乘二率除之得四率于是三除五率用數以四率乘之二率除之得五率四五遞除之為七率用數第二乘法乘之得第三數負　置七率用數以四率乘之二率除之得七率六七遞除之為九率用數第三乘法乘之得第四數正　五除九率用數以四率乘之

二率除之得九率八九遞除之爲十一率用數第四乘法乘之得第五數負　置十一率用數以四率乘之二率除之得十一率十十一遞除之爲十三率用數第五乘法乘之爲第六數正　凡逐次除法同餘弧求切線第一數爲正第二數以下耦數正奇數負如是遞求至單位下乃并諸正數又并諸負數減之所得爲以半徑爲二率餘弧弧分爲三率之第一率以半徑自乘求得數除之得餘弧

解曰切線求餘弧若依切線求本弧還原之法當以切線爲一率半徑爲二率取餘弧求切線率分命爲一率以二率半徑自乘切線一率除之得切

線三率以切線三率自乘二率半徑除之得切線
四率于是置切線三率以切線四率乘之半徑二
率除之得切線五率如是依次遞求切線各率就
切線一率分子累加累減使之刦盡僅留首位視
其加減分數卽切線求餘弧率分其第一數起一
率之切線以下均用奇率而餘弧求切線率分所
留之首位係以半徑爲二率弧背爲三率之一率
故遞求所得亦爲弧背爲三率之一率但其各率
分子由累次乘除累次加減而成紛紜雜揉而莫
見其遞求之例故雖有其法而不適于用夫餘弧
之切線與半徑與本弧之切線爲三率連比例則

試以半徑爲二率自乘爲實切線求本弧率分各降一率除之其所得之第一數亦起一率之切線而各率率分與還原所得並同且切線求本弧所得爲弧背今既用以除半徑二率自乘數則所得亦爲弧背爲三率半徑爲二率之一率而率分既由一次除法而得則遞求分子之由來乃顯然而可見故用以代還原之法也今依法演得降率切線求本弧各率分數爲三率一少五率三分之一多七率五分之一少九率七分之一多十一率九分之一少十三率十一分之一卽切線求餘弧之除法也

推演切線求餘弧總圖

三乘十一
〇
十一
[illegible]
[illegible]
十一除
二三四五六七八九十十一乘三乘五乘
二三四五六七八九十十一三五
[illegible]
九
二三
[illegible]
九除
四五六七八九十十一乘三乘五乘
[illegible]
[illegible]
七
二三四五三
[illegible]
七除
六七八九十十一乘五乘
[illegible]
[illegible]
五
二三四五六七三
[illegible]
五除
八九十十一乘五乘
[illegible]
[illegible]
三
二三四五六七八九三五
[illegible]
三除
十十一乘
[illegible]
去層六商實 [illegible]
二三四五六七八九十十一三五
去層六商乘法式 [illegible]

三乘九
〇
九
[illegible]
[illegible]
九除
二三四五六七八九乘三乘五乘
二三四五六七八九三五
[illegible]
七
二三
[illegible]
七除
四五六七八九乘三乘五乘
[illegible]
[illegible]
五
二三四五三
[illegible]
五除
六七八九乘五乘
[illegible]
[illegible]
三
二三四五六七三
[illegible]
三除
八九乘五乘
[illegible]
實 [illegible]
二三四五六七八九三五
式 [illegible]
〇
式

三乘一 三乘三 三乘五 三乘七

一層初商實

二層初商乘法式

三層初商實

三除
二三乘
二三

五除
二三四五乘三乘
二三四五三

七除
二三四五六七乘三乘
二三四五六七三

四層換母次商實

五層次商乘法式

三除
四五乘三乘

五除
四五六七乘三乘

六層次商同母式

七層三商實

二三四五三

二三四五三

三除
六七乘

八層三商乘法式

九層三商同母式

十層四商實

二三四五六七三

十一層四商乘法式

十二層四商同母式

十三層五商實

十四層五商乘法

十五層五商同母

	三乘一	三乘三	三乘五	三乘七	三乘九	三乘十一
首層	丨	○	○	○	○	○
二層	○丨	三卜	五丨	七卜	九丨	十一卜
三層	○	丨	卜	丨	卜	丨

如圖先置二率半徑自乘所得如首層三率乘一率一爲初商實以切線求本弧率分爲法除之以除法首位約初商實得一率一卽爲初商以乘除法所得如二層三率乘一率一少三率乘三率三分之一多三率乘五率五分之一少三率乘七率七分之一多三率乘九率九分之一少三率乘十一率十一分之一以減初商實得三層三率乘三率三分之一少三率乘五率五分之一多三率乘七率七分之一少三率乘九率九分之一多三率乘率十一分之一爲次商實

次商實應換分母何也切線求本弧率分分母太小次商以下其分子多不受除必須與餘弧求切線分母相同則分子方無畸零其三率乘三率應以餘弧求切線分母二三乘之以切線求本弧分母三除之其三率乘五率應以餘弧求切線分母二三四五乘之又三乘之以切線求本弧分母五除之其三率乘七率應以自二至七乘之又三乘之又以七除之其三率乘九率應以自二至九乘之又三乘五乘之又以九除之其三率乘十一率應以自二至十一乘之又三乘五乘之又以十一除之通計求得如四層三率乘三率二三分之二

三乘十一 十一 丨	三乘九 九 [illegible]	三乘七 七 丨
十一除 二三四五六七八九十十一乘 三乘五乘 二三四五六七八九十十一 三　五 [illegible]	九除 二三四五六七八九乘 三乘五乘 二三四五六七八九 三　五 [illegible]	七除 二三四五六七乘 三乘 二三四五六七 三 [illegible]
九 二三 川	七 二三 [illegible]	五 二三 川
九除 四五六七八九十十一乘 三乘五乘 [illegible]	七除 四五六七八九乘 三乘五乘 [illegible]	五除 四五六七乘 三乘 [illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]

少三率乘五率二三四五分又三分之七十二多三率乘七率自二至七分又三分之二千一百六十少三率乘九率自二至九分又三分又五分之六十萬〇四千八百多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之五千四百四十三萬二千為換母次商實　置首位以除法首位三率一約之得三率二三分之二即為次商

層		
	三乘三 三二丨	三乘五 五 卜
三層	三除 二三乘 二三 刂	五除 二三四五乘 三乘 二三四五 三 卌
四層	勹 二三 刂	三 二三 卝
五層	○	三除 四五乘 二乘 三 ○
六層 七層		三卝

以乘除法得五層三率乘三率二三分之二少三率乘五率三三分又二三分之二多三率乘七率五分又二三分之二少三率乘九率七分又二三分之二多三率乘十一率九分又二三分之二爲次商乘法式應減次商實其三率乘三率二三分之二減盡其三率乘五率原實分母係二三四五分又三分乘法式分母係三分又二三分應以三除之又四五乘又三乘以同其母三除三乘本可省算而明挨次之例則不可省其三率乘七率原

實分母係自二至七分又三分乘法式係五分又二三分應以五除之又四五六七乘又三乘其三率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五分乘法式係七分又二三分應以七除之又自四至九乘又三乘五乘其三率乘十一率原實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式係九分又二三分應以九除之又自四至十一乘又三乘五乘通計乘除得如六層少三率乘五率二三四五分又三分之四十多三率乘七率自二至七分又三分之一千〇〇八少三率乘九率自二至九分又三分又五分之二十五萬九千二百多三率

乘十一率自二至十一分又三分又五分之二千二百十七萬六千爲次商同母式以減次商實得七層少三率乘五率二三四五分又三分之三十二多三率乘七率自二至七分又三分之一千一百五十二少三率乘九率自二至九分又三分又五分之三十四萬五千六百多三率乘十三率自二至十一分又三分又五分之三千二百二十五萬六千爲三商實

置三商實首位少三率乘五率二三四五分又三分之三十二以除法首位三率一約之得少五率二三四五分又三分之三十二卽爲三商以乘除

<table>
<tr><td>七層</td><td>三乘五
二三四五
三
[illegible]</td><td>三乘七
二三四五六七
三
[illegible]</td><td>三乘九
二三四五六七八九
三　五
[illegible]</td><td>三乘十一
二三四五六七八九十十一
三　五
[illegible]</td></tr>
<tr><td>八層</td><td>二三四五
三
[illegible]</td><td>三
二三四五
三
[illegible]</td><td>五
二三四五
三
[illegible]</td><td>七
二三四五
三
[illegible]</td></tr>
<tr><td>九層</td><td>○</td><td>三除
六七乘
[illegible]</td><td>五除
六七八九乘
五乘
[illegible]</td><td>七除
六七八九十十一乘
五乘
[illegible]</td></tr>
<tr><td>十層</td><td></td><td>[illegible]</td><td>[illegible]</td><td>[illegible]</td></tr>
</table>

法得八層少三率乘五率二三四
五分又三分之三十二多三率乘
七率三分又二三四五分又三分
之三十二少三率乘九率五分又
二三四五分又三分之三十二多
三率乘十一率七分又二三四五
分又三分之三十二爲三商乘法
應減三商實其首位三率乘五率
二三四五分又三分之三十二減
盡其三率乘七率原實分母係自
二至七分又三分乘法式係三分

又二三四五分又三分應以三除之以六七乘之以同其母其三率乘九率原實分母係自二分至九分又三分又五分乘法式係五分又二三四五分又三分應以五除之又六七八九乘之又五乘之其三率乘十一率原實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式係七分又二三四五分又三分應以七除之又自六至十一乘之又五乘之通計乘除得如第九層三率乘七率自二至七分又三分之四百四十八少三率乘九率自二至九分又三分又五分之九萬六千七百六十八多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之七

百六十萬〇三千二百為三商同母式以減三商
實得十層三率乘七率自二至七分又三分之七
百〇四少三率乘九率自二至九分又三分又五
分之二十四萬八千八百三十二多三率乘十一
率自二至十一分又三分又五分之二千四百六
十五萬二千八百為四商實

置四商實首位三率乘七率自二至七分又三分
之七百〇四以除法首位三率一約之得七率自
二至七分又三分之七百〇四即為四商以乘除
法得十一層三率乘七率自二至七分又三分之
七百〇四少三率乘九率三分又自二至七分又

	三乘十一 二三四五六七八九十十一 三 五 [illegible]	三乘九 二三四五六七八九 三 五 [illegible]	三乘七 二三四五六七 三 [illegible]
十層			
十一層	五 二三四五六七 三 [illegible]	三 二三四五六七 三 [illegible]	三三四五六七 三 [illegible] 〇
十二層	五除 八九十十一乘 五乘 [illegible]〇	三除 八九乘 五乘 [illegible]〇	
十三層	[illegible]〇	[illegible]	

三分之七百〇四多三率乘十一率五分又自二分至七分又三分之七百〇四爲四商乘法式應減四商實其首位三率乘七率自二至七分又三分之七百〇四減盡其三率乘九率原實分母係自二至九分又三分又五分乘法式係三分又自二至七分又三分應以三除之又八九乘之又五乘之以同其母其三率乘十一原實分母係自二至十一分又三分又五分乘法式係五分

又自二至七分又三分應以五除之又八九十十一乘之又五乘之通計乘除得十二層少三率乘九率自二至九分又三分又五分之八萬四千四百八十多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之五百五十七萬五千六百八十為四商同母式以減四商實得十三層少三率乘九率自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二多三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一千九百〇七萬七千一百二十為五商實

置五商實首位少三率乘九率自二至九分又三

層	左	右
十三層	三乘九 二三四五六七八九 三　五 [illegible]	三乘十一 二三四五六七八九十十一 三　五 [illegible]
十四層	二三四五六七八九 三　五 [illegible]	三 二三四五六七八九 三　五 [illegible]
十五層 十六層	〇	三除 十一乘 [illegible] [illegible]

分又五分之十六萬四千三百五十二以除法首位三率一約之得少九率自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二即爲五商以乘除法得十四層少三率乘九率自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二多三率乘十一率三分又自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二爲五商乘法式應減五商實其首位三率乘九率自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二減盡其三率乘十一率原

實分母係自二至十一分又三分又五分乘法係三分又自二至九分又三分又五分應以三除十與十一乘得十五層三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之六百〇二萬六千二百四十爲五商同母式以減五商實得十六層三率乘十一率自二至十一分又三分又五分之一千三百

三乘十一
二三四五六七八九十十一
三　五
十六層 [illegible]
二三四五六七八九十十一
三　五
十七層 [illegible]
○

○五萬○八百八十爲六商實

置六商實以除法首位三率一約之得十一率自二至十一分又三分又五分之一千三百○五萬○八百八十卽爲六商以乘除法得十七層三率乘十一率自二至

一率	三率	五率	七率	九率	十一率
〇	二三	二三四五	二三四五六七	二三四五六七八九	二三四五六七八九十十一
		三	三	三　五	三　五
〡	〢	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
初商	次商	三商	四商	五商	六商

十一分又三分又五分之一千三百〇五萬〇八百八十以減六商實卻盡通計得切線求餘弧爲三率之一率各率分數爲一率一又三率二三分之二少五率二三四五分又三分之三十二多七率自二至七分又三分之七百〇四少九率自二至九分又三分又五分之十六萬四千三百五十二多十一率自二至十一分又三分又五分之一千三百〇五萬〇八百八十也

細審切線求餘弧各率分數其分母與餘弧求切線同是其逐率除法亦與餘弧求切線

同于是審其分子之由來乃由前圖爲第二圖其次商實分子均爲單一其數根換分母

	丨	丨
四五六七乘	二三四五六七八九乘 三乘五乘 九除 [illegible]	二三四五六七八九十十一乘 三乘五乘 十一除 [illegible]
六七乘	四五六七八九乘 三乘五乘 七除 [illegible]	四五六七八九十十一乘 三乘五乘 九除 [illegible]
	[illegible]	[illegible]
乘	六七八九乘 五乘 五除 [illegible]	六七八九十十一乘 五乘 七除 [illegible]
	[illegible]	[illegible]
	八九乘 五乘 三除 [illegible]	八九十十一乘 五乘 五除 [illegible]
	[illegible]	[illegible]
		十十一乘 三除 [illegible]
		[illegible]

之乘除則三率分子爲二三乘又三除即第一數根其五率分子爲二三四五乘又三乘又五除以較三率分子多四五乘又三乘又多五除少三除是以第一數根四五乘之又三乘之又

	一	二	三
次商實分子	〡	〡	〡
數根　換母次商實分子	二三乘 三除 〢	二三四五乘 三乘 五除 〧〢	二三三乘七除 [illegible]
初減數　次商同母式分子		四五三乘三除 [illegible]	四五三乘五除 [illegible]
減餘數		[illegible]	[illegible]
次減數　三商同母式分子			六七三除 [illegible]
減餘數			[illegible]
三減數　四商同母式分子			
減餘數			
四減數　五商同母式分子			
減餘數			

三乘五除即第二數根也七率分子爲自二至七乘又三乘又七除以較五率分子多六七乘又多七除少五除是以第二數根六七乘之又五乘七除即第三數根也

九率分子爲自二至九乘又三乘又五乘又九除以較七率分子多八九乘又五乘又多九除少七除是以第三數根八九乘之又五乘之又七乘九

除即第四數根也十一率分子為自二至十一乘又三乘又五乘又十一除以較九率分子多十與十一乘又多十一除少九除是以第四數根十與十一乘之又九乘十一除即第五數根也而第一數根即為三率分子其初減數皆根子三率分子之二五率初減四五乘又三乘又三除七率初減四五六七乘又三乘又五除以較五率初減多六七乘又多五除少三除是以五率初減六七乘之又三乘五除即七率初減也其九率初減自四至九乘又三乘又五乘又七除以較七率初減多八九乘又五乘又多七除少五除是以七率初減八

九乘之又五乘之又五乘七除卽九率初減也十一率初減自四至十一乘又三乘又五乘又九除以較九率初減多十與十一乘又多九除少七除是以九率初減十與十一乘之又七乘九除卽十一率初減也而第一減餘卽爲五率分子其次減數皆根于五率分子之三十二七率次減六七乘又三除九率次減六七八九乘又五乘又五除以較七率次減多八九乘又五乘又多五除少三除是以七率次減八九乘之又五乘之又三乘五除卽九率次減也其十一率次減自六至十一乘又五乘又七除以較九率次減多十與十一乘又多

七除少五除是以九率次減十與十一乘之又五乘七除卽十一率次減也而第一減餘卽爲七率分子其三減數皆根于七率分子之七百〇四九率三減八九乘又五乘又三除十一率三減八九十十一乘又五乘又五除以較九率三減多十與十一乘又多五除少三除是以九率三減十與十一乘之又三乘五除卽十一率三減也而第一減餘卽爲九率分子其四減數根于九率分子之十六萬四千三百五十二十一率四減十與十一乘又三除而減餘一千三百〇五萬八百八十卽十一率分子

十十一乘	八九乘	六七乘	四五乘	二三乘
九乘十一除 [illegible]	七乘九除 五乘 [illegible]	五乘七除 [illegible]	三乘五除 三乘 [illegible]	一乘三除 [illegible]
十十一乘 七乘九除 [illegible] [illegible]	八九乘 五乘七除 五乘 [illegible] [illegible]	六七乘 三乘五除 [illegible] [illegible]	四五乘 一乘三除 三乘 [illegible] [illegible]	
十十一乘 五乘七除 [illegible] [illegible]	八九乘 三乘五除 五乘 [illegible] [illegible]	六七乘 一乘三除 [illegible] [illegible]		
十十一乘 三乘五除 [illegible] [illegible]	八九乘 一乘三除 五乘 [illegible] [illegible]			
十十一乘 一乘三除 [illegible] [illegible]				

復由前圖爲第三圖第一層爲換母次商實分子

即數根置單一以二三乘又一乘三除前圖本無一乘今加一乘則遞推之例益顯爲第一數根再加四五乘又三乘五除又三乘爲第二數根再加六七乘又五乘七除爲第三數根再加八九乘又七乘九除又五乘爲第四數根再加十與十一乘又九乘十

一除爲第五數根通計其乘法自二三而遞加又相連兩奇數一乘一除而間位加一奇數乘其首位二爲三率分子即第一乘法第二層初減數以三率分子爲實四五乘又一乘三除又三乘爲第一初減再加六七乘又三乘五除爲第二初減再加八九乘又五乘七除又五乘爲第三初減再加十與十一乘又七乘九除爲第四初減通計其乘法自四五而遞加亦用相連兩奇數一乘一除而間位加一奇數乘第三層減餘首位五率分子三十二即第二乘法第四層次減數以第二乘法爲實六七乘又一乘三除以第一次減再加八九乘

又三乘五除又五乘爲第二次減再加十與十一

乘又五乘七除爲第三次減通計其乘法自六七

而遞加亦用相連兩奇數一乘一除而閒位加奇

數乘第五層減餘首位七率分子七百〇四即第

三乘法第六層三減數以七率分子爲實八九乘

又一乘三除又五乘爲第一三減再加十與十一

乘又三乘五除爲第二三減通計其乘法自八九

而遞加亦相連兩奇數一乘一除而閒位加奇數

乘第七層減餘首位九率分子十六萬四千三百

五十二即第四乘法第八層四減數以九率分子

爲實十與十一乘又一乘三除爲第一四減計其

乘法起十與十一亦相連兩奇數一乘一除而間位奇數乘雖未見已可據前諸減而類推也第九層減餘十一率分子一千三百〇五萬〇八百八十即第五乘法細按數根及諸減數其迭次乘除之例橫竪不紊則自十一率以下可以遞推而其逐率自爲分子與餘弧求切線同故先求用數此切線求餘弧立術之由也

切線求距弧以本弧與半象限相較加本弧小于半象限爲本弧距中分象限之弧名本距弧如本弧大于半象限爲餘弧距中分象限之弧名餘距弧

術曰以切線與半徑相加爲一率切線與半徑相減爲二率半徑爲三率求得四率如切線小于半徑爲本距弧切線大于半徑爲餘距弧切線半徑爲半象限切線如切線不及半徑則本弧必小于半象限過半徑則本弧必大于半象限于是以半徑爲連比例一率距弧切線爲二率如本弧求切線術入之求得本距弧以減半象限求得餘距弧以加半象限均得本弧

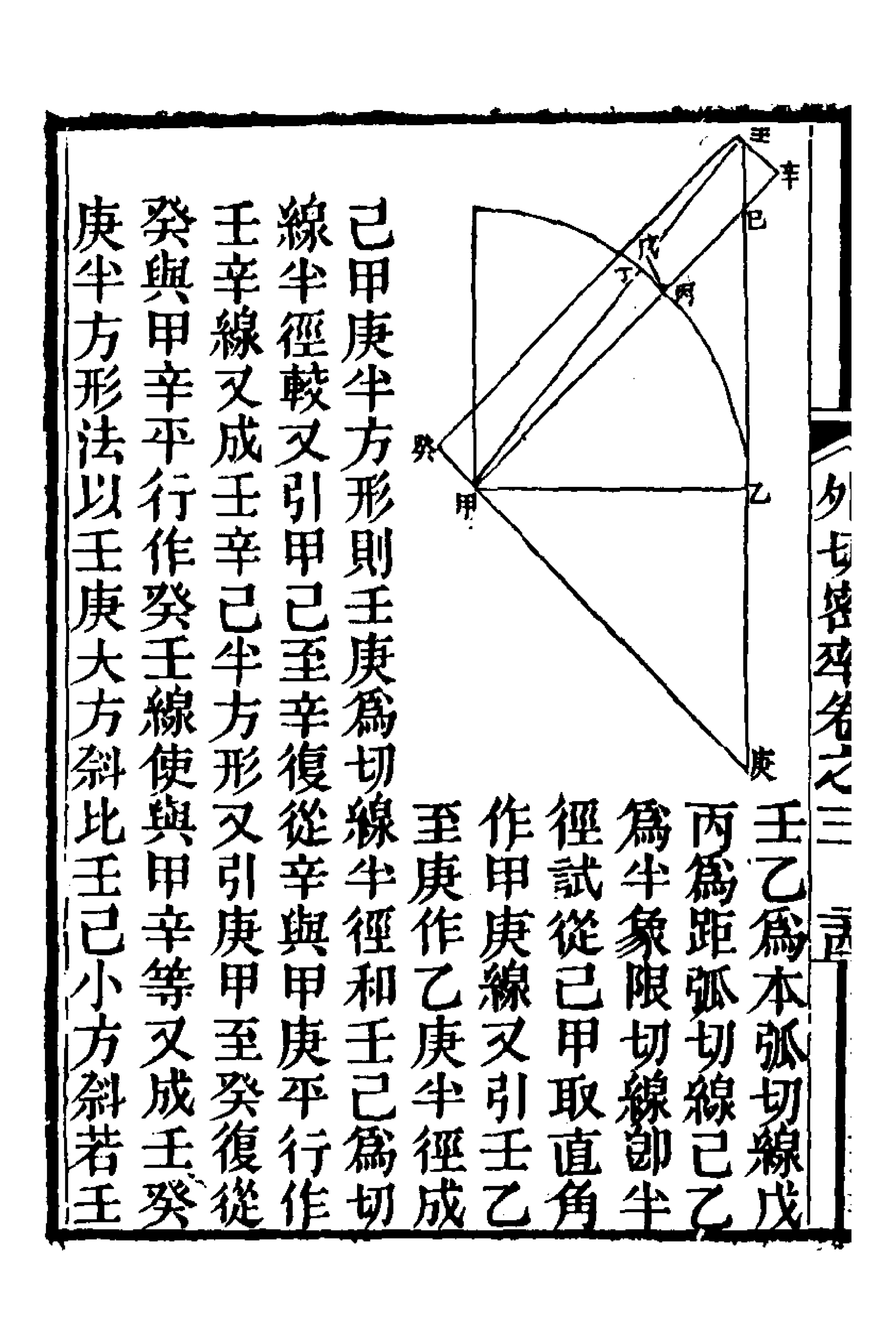
解曰凡本弧切線與半徑相加減之比同于半徑與距弧切線之比也

如圖乙壬爲本弧丙壬爲半象限丙乙爲本距弧丁壬爲本弧切線丙戊爲距弧切線癸壬爲半象限切線卽半徑試從癸甲取直角作甲庚線又引癸壬至庚作壬庚半徑成癸甲庚半方形則丁庚爲切線半徑和癸丁爲切線半徑較又從丁與甲庚平行作己丁線又成癸己丁半方形又從丁與己甲平行作丁辛線使與己甲等又成丁辛庚半方形法以丁庚大方斜比癸丁小方斜若丁辛或己甲

大方邊與癸已或已丁小方邊而以已甲大方邊
爲大股比已丁小方邊爲大勾又若丙甲半徑小
股與丙戊距弧切線小勾夫丁庚與癸丁之比旣
同于已甲與已丁之比而已甲與已丁之比又同
于丙甲與丙戊之比則丁庚與癸丁之比亦必同
于丙甲與丙戊之比矣

一率丁庚　已甲　丁庚切線半徑和
二率癸丁　已丁　癸丁切線半徑較
三率已甲　丙甲　丙甲半徑
四率已丁　丙戊　丙戊本距弧切線

又圖丁乙爲本弧丙乙爲半象限丁丙爲餘距弧



壬乙為本弧切線戊丙為距弧切線己乙為半象限切線卽半徑試從己甲取直角作甲庚線又引壬乙至庚作乙庚半徑成己甲庚半方形則壬庚為切線半徑和壬己為切線半徑較又引甲己至辛復從辛與甲庚平行作壬辛線又成壬辛己半方形又引庚甲至癸復從癸與甲辛平行作癸壬線使與甲辛等又成壬癸庚半方形法以壬庚大方斜比壬己小方斜若壬

癸或辛甲大方邊與己辛或壬辛小方邊而以辛甲大方邊爲大股比壬辛小方邊爲大勾又若丙甲半徑小股與戊丙距弧切線小句夫壬庚與壬己之比既同于辛甲與壬辛之比而辛甲與壬辛之比又同于丙甲與戊丙之比則壬庚與壬己之比亦必同于丙甲與戊丙之比矣

一率壬庚　辛甲　壬庚切線半徑和

二率壬己　壬辛　壬己切線半徑較

三率辛甲　丙甲　丙甲半徑

四率壬辛　戊丙　戊丙餘距弧切線

[illegible]

切線求弧背筭式

弦矢求弧背分子大于弧背求弦矢其弦矢與半徑相近者必參用借線求弧之法所以濟連比例術之窮也切線求弧背雖分本弧餘弧二術而四十五度前後各切線究與半徑相近而降位甚難故復有切線求距弧一術正借線求弧之意也茲將九十度分爲四限其自十秒至二十二度三十分則用切線求本弧法求之其自二十二度三十分至四十五度則用切線求本距弧法求之其自四十五度至六十七度三十分則用切線求餘距弧法求之其自六十七度三十分至八十九度五十九分五十秒則用切線

求餘弧法求之庶降位均無難矣

切線求餘弧各率乘法表

率		乘法	數
三率		第一乘法	二
五率		第二乘法	三
七率		第三乘法	七〇四
九率		第四乘法	一六四三五二
十一率		第五乘法	二三〇五〇八〇
十三率		第六乘法	一〇九七六五九五六〇〇
十五率		第七乘法	一八五三九八九〇〇〇〇〇〇
十七率		第八乘法	四八三三四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

切線求本弧分子均爲單一無乘法表切線求餘弧第六以後諸乘法尾數無用不全列

凡設切線自十秒至二十二度三十分則用切線求本弧法求之今將設切線四一四二一三五六二求其本弧算式列於後

法以切線四一四二一三五六二爲第一數正　次以半徑爲一率切線爲二率二率自乘一率除之得一七一五七二八七五爲三率于是置二率以三率乘之一率除之得四率七一〇六七八一二三除之得二三六八九二七一爲第二數負　置四率以三率乘之一率除之得六率一二一九三三〇九五除

之得二四三八六六二爲第三數正　置六率以三
率乘之一率除之得八率二〇九二〇四一七除之
得二九八八六三爲第四數負　置八率以三率乘
之一率除之得十率三五八九三八九除之得三九
八八二爲第五數正　置十率以三率乘之一率除
之得十二率六一五八四十一除之得五五九八爲
第六數負　置十二率以三率乘之一率除之得十
四率一〇五六六十三除之得八一一三爲第七數正
　置十四率以三率乘之一率除之得十六率一八
一三十五除之得一二一爲第八數負　置十六率
以三率乘之一率除之得十八率三一一十七除之

得一八為第九數正　置十八率以三率乘之一率除之得二十率五三十九除之得○二為第十數負　乃并諸正數得四一六六九二九三七以并諸負數得二三九九三八五五減之得三九二六九九○八二為弧背檢弧線表為二十二度三十分也

率	數
一率	一○○○○○○○○○
二率	四一四二一三五六二
三率	一七一五七二八七五

率	數
四率	七一○六七八一二
六率	一二一九三三○九
八率	二○九二○四一
十率	三五八九三八
十二率	六一五八四
十四率	一○五六六
十六率	一八一三
十八率	三一一
二十率	五三

數	
第一數	四一四二一三五六二
二	一三六八九二七一
三	二四三八六六二
四	二九八八六三

減併數	并負數	并正數	五	六	七	八	九	十
三九二六九九〇八二	二三九九三八五五	四一六六九二九三七	三九八八二	五五九八	八一三	二二一	一八	二

凡設切線自六十七度三十分至八十九度五十九分五十秒則用切線求餘弧法求之今將設切線二四一四二一三五六求其餘弧算式列於後

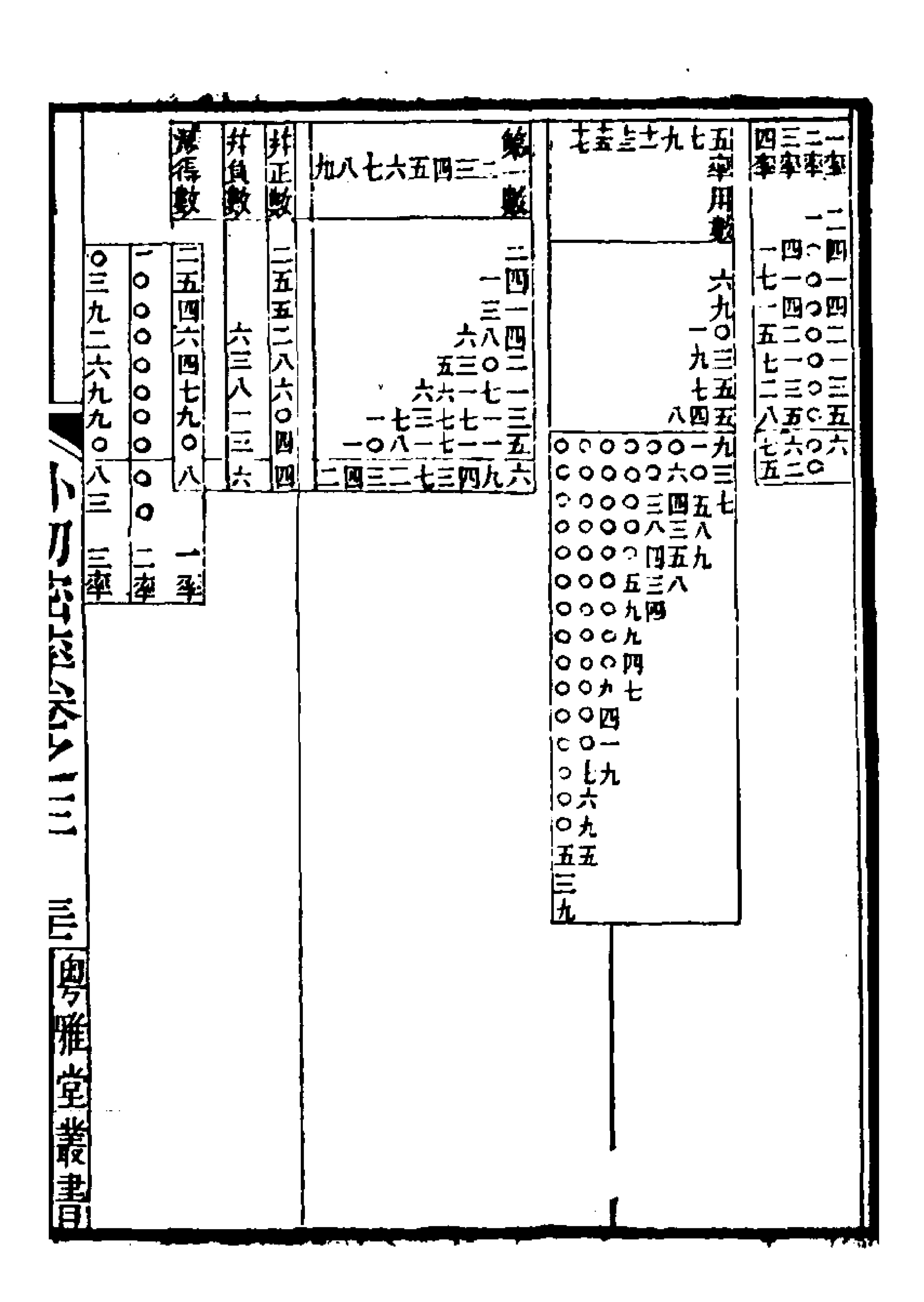
法以切線二四一四二一三五六為第一數正　次以切線為一率半徑為二率二率自乘一率除之得四一四二一三五六二為三率二除之三除之得六

九〇三五五九三七爲五率用數第一乘法二乘之得一三八〇七一一九七爲第二數正　次以三率自乘二率除之得一七一五七二八七五爲四率于是三除五率用數以四率乘之二率除之得五率四除之五除之得一九七四一〇五八九爲七率用數第二乘法三二乘之得六三一七一四爲第三數負

置七率用數以四率乘之二率除之得七率六除之七除之得八〇六四三五八爲九率用數第三乘法七〇四乘之得五六七七三爲第四數正　五除九率用數以四率乘之二率除之得九率八除之九除之得〇〇三八四三四爲十一率用數第四乘法

一六四三五二乘之得六三一　七　爲第五數負　置十一率用數以四率乘之二率除之得十一率十除之十一除之得○○○○五九九四七爲十三率用數第五乘法一三○五○八八○乘之得七八二爲第六數正　七除十三率用數以四率乘之二率除之得十三率十二除之十三除之得○○○○○○○九四一九　爲十五率用數第六乘法一○九七六五九五六○○乘之得一○三　爲第七數負　置十五率用數以四率乘之二率除之得十五率十四除之十五除之得○○○○○○○○○七六九五　爲十七率用數第七乘法一八五三九八

九○○○○○○乘之得一四為第八數正　九除
十七率用數以四率乘之二率除之得十七率十六
除之十七除之得○○○○○○○○○○
○○五三九以第八乘法四八一二四八○○○○
○○○○○○乘之得二為第九數負　乃并諸正
數得二五五二八六○四四以并諸負數六三八一
三六減之得二五四六四七九○八為以半徑為二
率弧背為三率之第一率以半徑自乘求得數除之
得三九二六九九○八三即餘弧弧分檢弧線表為
二十二度三十分以減象限得六十七度三十分為
本弧



一率　二四一四二一三五六

二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率　四一四二一三五六二

四率　一七一五七二八七五

五率用數　七　九　十一　十三　十五　十七

六九〇三五五九三七
一九七四一〇五八九
八〇六四三五八
〇〇三八四三四
〇〇〇〇〇五九九四七
〇〇〇〇〇〇〇〇〇九四一九
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇七六九五
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇五三九

總一數　二四一四二一三五六
二　一三八〇七一一九
三　六三一七一四
四　五六七七三
五　六三一七
六　七八二
七　一〇三
八　一四
九　二

并正數　二五五二八六〇四四

并負數　六三八一三六

減得數　二五四六四七九〇八　一率

二率　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三率　〇三九二六九九〇八三

是術末數爲負故得數稍不足以除半徑羃則所得弧分稍盈又所用三率即餘弧切線若命爲二率以切線求本弧法求之即得餘弧但是術爲餘弧求切線還原之法固不可不備也

凡設切線自二十二度三十分至四十五度則用切線求本距弧法求之茲將設切線四一四二一三五六二求其本距弧算式列於後

法以切線與半徑相加得一四一四二一三五六三爲一率以切線與半徑相減得五八五七八六四三八爲二率半徑一〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲三率二三率相乘一率除之仍得四一四二一三五六二爲

四率即本距弧切線命爲連比例第二率以半徑爲一率如切線求本弧術入之依前得本距弧二十二度三十分以減四十五度仍得二十二度三十分爲本弧

凡切線自四十五度至六十七度三十分則用切線求餘距弧法求之茲將設切線二四一四二一三五六求其餘距弧算式列于後

法以切線與半徑相加得三四一四二一三五六爲一率以切線與半徑相減得一四一四二一三五六爲二率半徑一○○○○○○○○○爲三率二三率相乘一率除之得四一四二一三五六二爲四率

卽餘距弧切線命爲連比例第二率以半徑爲一率如切線求本弧術入之依前得餘距弧二十二度三十分以加四十五度得六十七度三十分爲本弧

外切密率卷之三

譚瑩玉生覆校